

Залік з Теорії чисел (4 практичних завдання + 1 теорія)

1. Розв'язати рівняння $ax + by = c$ в цілих числах («зелена», стор 58, завдання 13).
2. Розв'язати рівняння $\varphi(x) = a$: $\varphi(x) = \frac{x}{2}$, $\varphi(x) = \frac{x}{3}$, $\varphi(x) = \frac{4x}{5}$, $\varphi(x) = 12$.
3. Розв'язати рівняння $ax \equiv b \pmod{m}$ («зелена», стор 69, завдання 17).
4. Розв'язати рівняння $ax^2 + bx + c \equiv 0 \pmod{m}$: $x^2 - 3x + 2 \equiv 0 \pmod{400}$, $3x^2 - 2 \equiv 0 \pmod{64}$.
5. Представити число $\sqrt{14}$ раціональним дробом з точністю до $\varepsilon = 10^{-5}$: $\frac{3 + \sqrt{17}}{2}$, $\frac{1 + \sqrt{11}}{4}$.
6. Знайти дві останні цифри числа a^m : $2^{9999999}$, $3^{88888887}$, $14^{14^{14}}$, $3331^{88888883}$.
7. Знайти остачу від ділення числа $(a^k + b)^l$ на число m («зелена», стор 63, завдання 16).
8. Обчислити значення виразу в n -річній системі: $(3333_4 + 2222_4) \cdot 123_4 - 233310_4 : 10_4$.
9. Перевести з однієї системи числення в іншу: $206315_7 \rightarrow x_5, y_{11}, z_8$.
10. Знайти з яким показником число 11 входить в розклад числа 1388!
11. Знайти канонічний розклад числа 200!

Перелік питань до заліку

1. Ділення з остачею, теорема про ділення з остачею.
2. Подільність чисел. Прості та складені числа.
3. Ознаки подільності на 2,3,4,5,6,7,8,9,11,13,15,16,18,19,23,.....
4. Найбільший спільний дільник, алгоритм Евкліда. Теорема Евкліда.
5. Основна теорема арифметики.
6. Найменше спільне кратне: означення, властивості, застосування.
7. Розв'язування лінійних діофантових рівнянь від двох змінних.
8. Числові функції. Мультиплікативні функції: означення, властивості, застосування.
9. Функції $[x]$ та $\{x\}$: означення, властивості, застосування.
10. Функція Ойлера $\varphi(n)$: означення, властивості, застосування.
11. Функція Мебіуса $\mu(n)$: означення, властивості, застосування.
12. Канонічний розклад цілого числа: означення, властивості, застосування.
13. Кількість всіх дільників натурального числа та сума всіх дільників натурального числа.
14. Системи числення, операції над системними числами, перехід від однієї системи числення до іншої.
15. Ланцюгові дроби. Скінченні та нескінченні ланцюгові дроби: означення, властивості, застосування.
16. Запис раціонального числа за допомогою ланцюгового дроби.
17. Теорема Лагранжа про квадратичну ірраціональність.
18. Підхідні дроби та їх властивості (означення, властивості, застосування).
19. Збіжність нескінченних і ланцюгових дробів, формули утворення підхідних дробів.
20. Деякі застосування ланцюгових та підхідних дробів.
21. Конгруенції та їх застосування. Арифметика конгруенцій.
22. Теорема Вільсона про конгруенції.
23. Лінійні конгруенції з однією та декількома змінними.
24. Повна та зведена система лишків за модулем m .
25. Методи розв'язування конгруенцій $ax \equiv b \pmod{n}$.
26. Теорема Ойлера, мала теорема Ферма та їх застосування.

На останньому занятті проводиться модульна контрольна робота (МКР окремим пакетом).

Типове завдання контрольної роботи:

Варіант № 0.

1. Знайти канонічний розклад числа 12000, обчислити кількість його дільників та суму всіх дільників цього числа.
2. Знайти НСД та НСК двох чисел 12000 та 7200.
3. Представити у вигляді ланцюгового дроби число $\frac{1234}{69}$ (або $\sqrt{111}$).
4. Розв'язати рівняння $12x - 17y = 13$ в цілих числах.
5. Розв'язати конгруенцію $12x \equiv 7 \pmod{13}$.
6. Знайти дві останні цифри числа 13^{800402} (або знайти остачу від ділення цього числа на 19).