

### МКРЗ. Диференціальне числення функції багатьох змінних.

#### Приклади для самостійного розв'язування.

1. Знайти область визначення функції  $z = (x, y)$  і зобразити на площині.

Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа:

№ 2985, 2986, 2987, 2988.

$$1) z = \ln \frac{x^2 + y^2 - 1}{y - x}; \quad 2) z = \sqrt{x^2 - y^2 + 2}; \quad 3) z = \frac{1}{\sqrt{3x^2 + 9y^2 - 27}}.$$

2. Задано скалярне поле  $u = (x, y, z)$  і точки  $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ . Знайти:

а)  $\overrightarrow{grad}u(x, y, z)$  в точці  $A$ ;

б) похідну функції  $u = (x, y, z)$  в точці  $A$  за напрямком  $\overrightarrow{AB}$ .

$$1) u = 2\operatorname{tg}x - zy^3 + \ln(y - 2), A(0,4, -2), B(1,1 - 4);$$

$$2) u = \ln(x^2 + z^2) - xy^3 + 5z, A(-1,3, -2), B(-2,3,0);$$

$$3) u = x^2 + 2\sqrt{y^2 + z^2} - z^3, A(1,4, -3), B(1,4,2).$$

3. З'ясувати, чи є векторне поле  $\vec{a}$  соленоїдальним і потенціальним,

якщо  $\vec{a} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ .

$$1) \vec{a} = (2x - z)\vec{i} + (2y - xz)\vec{j} + (4 - 2x)\vec{k};$$

$$2) \vec{a} = (y + z^2)\vec{i} + (x^2 + 3y)\vec{j} + xy\vec{k};$$

$$3) \vec{a} = (z - 6y)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j} + (\sin x - y)\vec{k};$$

$$4) \vec{a} = (y + z)\vec{i} + 2z\vec{j} + 3y\vec{k}.$$

4. Знайти диференціали  $dz, d^2z$  функції  $z = z(x, y)$ .

$$1) z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2}); \quad 2) z = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}; \quad 3) z = e^{xy^2}; \quad 4) z = \sin xy.$$

Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа:

№ 3199,3200, 3202, 5305,3220,3222,3224.