

МКР-1 «Математичний аналіз: границі, похідні»

Варіант I

1. Обчислити границю

a) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{x^3 + 64}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{-2x}}{2 \arctg x - x}$.

2. Дослідити на неперервність функцію

$$y = \frac{2^{\frac{1}{x}} - 2}{2^{\frac{2}{x}} + 2}.$$

3. Знайти:

a) y' , якщо $y = 5(x-2)\sqrt{1+e^{2x}} + \ln x^4$,

b) y' , якщо $ye^x = e^{y-x}$,

c) y''_{xx} , якщо $\begin{cases} x = \sqrt[3]{t} - 1, \\ y = \sqrt[3]{t} - 1. \end{cases}$

4. В якій точці параболи $y^2 = 18x$ ордината зростає вдвічі швидше, ніж абсциса?

Варіант II

1. Обчислити границю

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 3n - 2}{3n^2 + 2n + 3} \right)^{3n-1}$;

b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$.

2. Визначити порядок малості нескінченно малої $\alpha(x) = \ln \cos 2x$ відносно $\beta(x) = \sqrt{\operatorname{tg} x}$ при $x \rightarrow 0$.

3. Знайти:

a) y' , якщо $y = \left(2x - \ln(1+x^2) \sqrt{16x^2+1} \right)^3$,

b) y' , якщо $yx = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$,

с) y''_{xx} , якщо $\begin{cases} x = e^t, \\ y = te^{-t}. \end{cases}$

4. Обчислити наближено значення функції

$$y = \sqrt{\sin x + x + 1}, \text{ при } x = 0,01.$$