

Контрольне завдання 1 (залікова робота)

1. Класифікувати лінійні диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку та записати їх канонічний вигляд. Навести приклади використання деяких таких рівнянь в поліграфічних обладнаннях.

2. Розкласти в тригонометричний ряд Фур'є функцію $f(x) = e^x$, задану на інтервалі $(0, \pi)$, продовживши її парним або непарним способом.

3. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння з частинними похідними першого порядку

$$y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

4. Розв'язати першу мішану задачу для рівняння теплопровідності на відрізку: $u_t = 16u_{xx}, 0 < x < 4, t > 0, u(x, 0) = \begin{cases} x^2/2, & 0 \leq x \leq 2, \\ 4 - x, & 2 < x \leq 3; \end{cases} u(0, t) =$

$$u(4, t) = 0.$$

5. Розв'язати першу мішану задачу для рівняння коливань обмеженої струни.

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 9u_{xx}, 0 < x < 3, 0 < t < \infty, \\ u(x, 0) &= x(x - 3), u_t(x, 0) = 0, \\ u(0, t) &= 0, u(3, t) = 0. \end{aligned}$$