

Типово-розрахункова робота  
Математична фізика

$a, b, c$  – константи,

$a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

№1 Звести до канонічного вигляду

- а)  $au_{xx} + 4au_{xy} + au_{yy} + bu_x + cu_y + u = 0$ ;  
б)  $2au_{xx} + 2au_{xy} + au_{yy} + 2bu_x + 2cu_y + u = 0$ ;  
в)  $au_{xx} + 2au_{xy} + au_{yy} + bu_x + cu_y + u = 0$ .

№2 Звести до канонічного вигляду

- $\sin^2 y u_{xx} - e^{2x} u_{yy} + 3u_x - 5u = 0$ ;
- $yu_{xx} - xu_{yy} + u_x + u_y = 0$ ;
- $y^2 u_{xx} - e^{2x} u_{yy} + u_x = 0$ ;
- $e^{2x} u_{xx} + 2e^{y+x} u_{xy} + e^{2y} u_{yy} = 0$ ;
- $u_{xx} + (1+y)^2 u_{yy} = 0$ ;
- $u_{xx} - 2\cos x u_{xy} - (3 + \sin^2 x) u_{yy} - u_y = 0$ ;
- $xu_{xx} + 2xu_{xy} + (x-1)u_{yy} = 0$ ;
- $\sin^2 x u_{xx} - 2y \sin x u_{xy} + y^2 u_{yy} = 0$ ;
- $(1+x^2)u_{xx} + (1+y^2)u_{yy} + xu_x + yu_y = 0$ ;
- $xu_{xx} + u_{yy} + 0,5yu_x - \frac{1}{2y}u_y = 0, x \geq 0, y > 0$ ;
- $xy^2 u_{xx} - 2yx^2 u_{xy} + x^3 u_{yy} - y^2 u_x = 0$ ;
- $u_{xx} - 2\sin x u_{xy} - \cos^2 x u_{yy} - \cos x u_y = 0$ ;
- $y^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} + 2x^2 u_{yy} + u_y = 0$ ;
- $xu_{xx} + yu_{yy} + 2u_x + 2u_y = 0$ ;
- $4y^2 u_{xx} - e^{2x} u_{yy} - 4yu_x = 0$ ;
- $e^y u_{xx} + e^y u_{yy} - 0,5e^y u_x - 0,5e^x u_y = 0$ ;
- $xu_{xx} + u_{yy} + 0,5yu_x - \frac{1}{2y}u_y = 0, x \leq 0, y > 0$ ;
- $x^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} - 3y^2 u_{yy} - 2xu_x + 4yu_y + 16x^4 u = 0$ ;
- $yu_{xx} - xu_{yy} + u_x + u_y = 0$ ;
- $u_{xx} + (1+y)^2 u_{yy} = 0$ .

№3 Знайти розв'язок задачі Коші в області  $-\infty < x < \infty$ ,  $0 < t < \infty$ .

$$u_{tt} = u_{xx} + x \cos t;$$

1.  $u(x,0) = e^{-x};$   
 $u_t(x,0) = \frac{x}{1+x^2};$

$$u_{tt} = u_{xx} + x - t^2;$$

2.  $u(x,0) = \sin x;$   
 $u_t(x,0) = \frac{x}{1+x^2};$   
 $u_{tt} = u_{xx} - x^2 + t;$

3.  $u(x,0) = \cos x;$   
 $u_t(x,0) = \frac{x}{1+x^2};$

$$u_{tt} = u_{xx} + x^2 t;$$

4.  $u(x,0) = x \cos x;$   
 $u_t(x,0) = x e^{2x};$

$$u_{tt} = u_{xx} + \sin x;$$

5.  $u(x,0) = \frac{1}{1+x^2};$   
 $u_t(x,0) = \sin x;$

$$u_{tt} = u_{xx} + e^t + x;$$

6.  $u(x,0) = e^{2x};$   
 $u_t(x,0) = x \sin 2x;$

$$u_{tt} = u_{xx} + e^x - t;$$

7.  $u(x,0) = e^{-2x};$   
 $u_t(x,0) = \cos^2 x;$

$$u_{tt} = u_{xx} + x e^t;$$

8.  $u(x,0) = \sin x;$   
 $u_t(x,0) = \sin^2 x;$

$$u_{tt} = u_{xx} + t e^x;$$

9.  $u(x,0) = x + \cos x;$   
 $u_t(x,0) = \frac{1}{x^2};$

$$u_{tt} = u_{xx} - t^2 x;$$

10.  $u(x,0) = e^{-x};$   
 $u_t(x,0) = \frac{1}{\cos x};$

$$u_{tt} = u_{xx} + \cos x;$$

11.  $u(x,0) = x^3;$   
 $u_t(x,0) = \frac{1}{\cos x};$

$$u_{tt} = u_{xx} + x(t^2 - t);$$

12.  $u(x,0) = x^2 + 1;$   
 $u_t(x,0) = e^{x+1};$

$$u_{tt} = u_{xx} + t(x^2 - x);$$

13.  $u(x,0) = \cos 3x;$   
 $u_t(x,0) = x e^{x^2};$

$$u_{tt} = u_{xx} + t \sin x;$$

14.  $u(x,0) = \sin 2x;$   
 $u_t(x,0) = x e^x;$

$$u_{tt} = u_{xx} + x \sin t;$$

15.  $u(x,0) = x^2 - x;$   
 $u_t(x,0) = x \cos 2x;$

$$u_{tt} = u_{xx} + t \cos x;$$

16.  $u(x,0) = \sin x;$   
 $u_t(x,0) = e^{2x-4};$

$$u_{tt} = u_{xx} - x^2 t;$$

17.  $u(x,0) = \cos 2x;$   
 $u_t(x,0) = \sin^2 2x;$

$$u_{tt} = u_{xx} + t e^{2x};$$

18.  $u(x,0) = 2x^2;$   
 $u_t(x,0) = \cos^2 x;$

$$u_{tt} = u_{xx} + t + \sin x;$$

19.  $u(x,0) = \sin 3x;$

$$u_t(x,0) = xe^{2x};$$

$$u_{tt} = u_{xx} - t^2 - x;$$

20.  $u(x,0) = x + e^{-x};$

$$u_t(x,0) = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

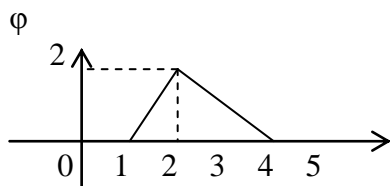
№4 Побудувати профіль струни, в моменти часу  $t = 0,5; t = 1; t = 1,5; t = 2; t = 5..$

1.

$$u_{tt} = 36u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

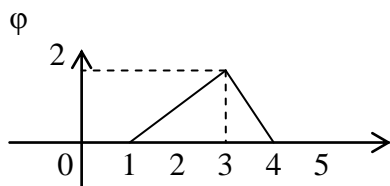


2.

$$u_{tt} = 16u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

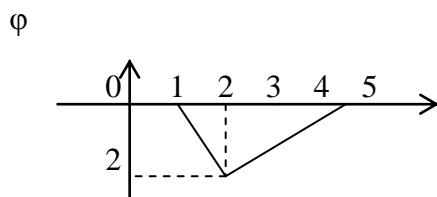


3.

$$u_{tt} = 36u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

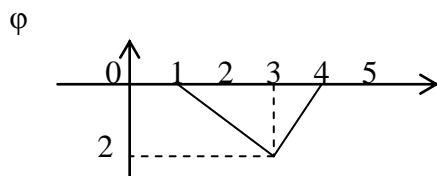


4.

$$u_{tt} = 16u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

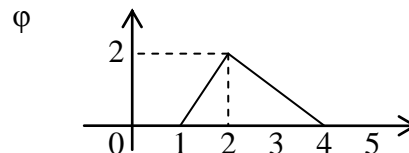


5.

$$u_{tt} = 36u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$

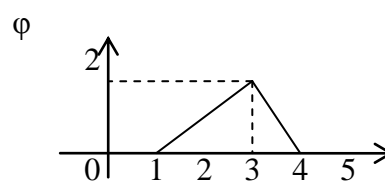


6.

$$u_{tt} = 4u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$

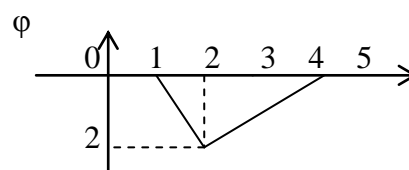


7.

$$u_{tt} = 36u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$

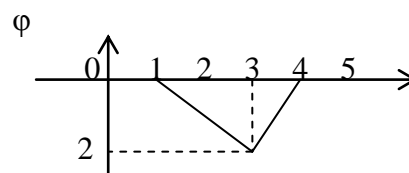


8.

$$u_{tt} = 4u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$

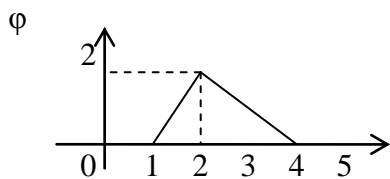


9.

$$u_{tt} = 36u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

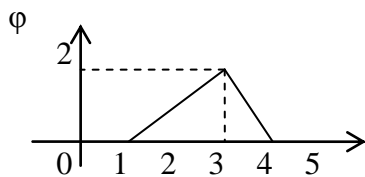


10.

$$u_{tt} = 36u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

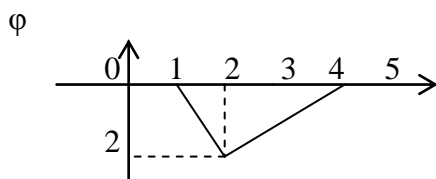


11.

$$u_{tt} = 4u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

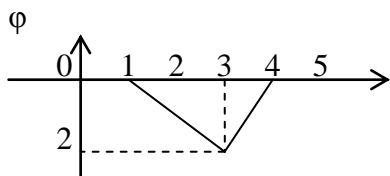


12.

$$u_{tt} = 4u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

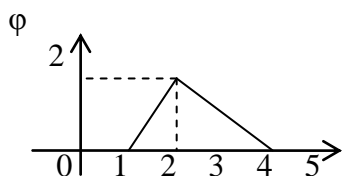


13.

$$u_{tt} = 16u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$

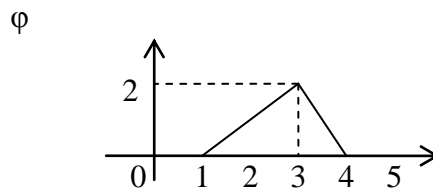


14.

$$u_{tt} = 16u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$

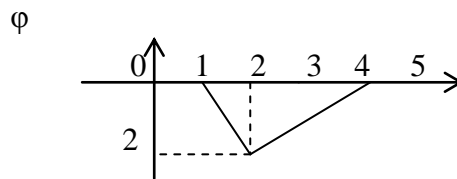


15.

$$u_{tt} = 16u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$

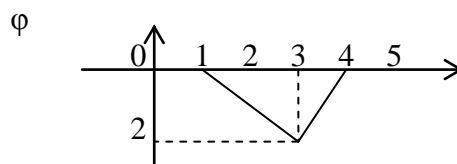


16.

$$u_{tt} = 16u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$

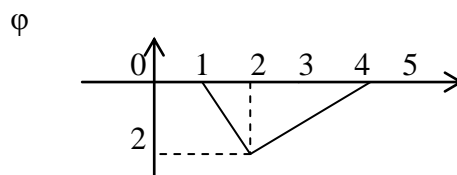


17.

$$u_{tt} = 4u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

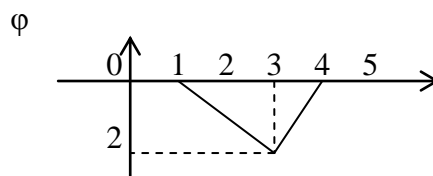


18.

$$u_{tt} = 4u_{xx}, \quad t > 0, \quad x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u(5,t) = 0.$$

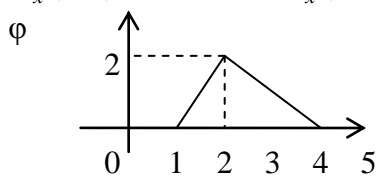


19.

$$u_{tt} = 36u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$

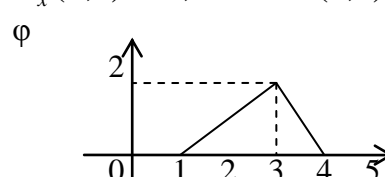


20.

$$u_{tt} = 4u_{xx}, t > 0, x \in (0,5);$$

$$u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = 0;$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(5,t) = 0.$$



№5 Розв'язати методом відокремлення змінних

**a** – номер варіанта, **b** – кількість літер у прізвищі, **c** – кількість літер у імені.

1. **a** – номер варіанта, **b** – кількість літер у прізвищі, **c** – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 3 \sin ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = \sin 2\pi x; \quad u_t(x,0) = b \sin \pi x;$$

$$u(0,t) = u(b,t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 5 \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = c + a \cos 3\pi x; \quad u_t(x,0) = 2 - b \cos 2\pi x;$$

$$u_x(0,t) = u_x(b,t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = a \sin \frac{3}{2b} \pi x; \quad u_t(x,0) = 2c \sin \frac{5}{2b} \pi x;$$

$$u(0,t) = u_x(b,t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 2 \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = a \cos \frac{3}{2} x; \quad u_t(x,0) = b \cos \frac{5}{2} x;$$

$$u_x(0,t) = u(\pi,t) = 0;$$

2. **a** – номер варіанта, **b** – кількість літер у прізвищі, **c** – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 2 \cos t \sin 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = 4c \sin 3\pi x; \quad u_t(x,0) = 3 \sin \pi x;$$

$$u(0,t) = u(b,t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + b + a e^{ct} \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < c;$$

$$u(x,0) = 4 + a \cos \pi x; \quad u_t(x,0) = c - 2 \cos 3\pi x;$$

$$u_x(0,t) = u_x(c,t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + (bt + c) \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = 2 \sin \frac{5}{2b} \pi x; \quad u_t(x,0) = 2c \sin \frac{1}{2b} \pi x;$$

$$u(0,t) = u_x(b,t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - b + a e^{ct} \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = 3a \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x,0) = 4b \cos \frac{1}{2} x;$$

$$u_x(0,t) = u(\pi,t) = 0;$$

3.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 2 \sin ct \sin 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = 2b \sin 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = \sin 4\pi x;$$

$$u(0, t) = u(2b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{1}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c \sin \frac{1}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2 \sin \frac{5}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 3b + ae^{ct} \cos 4\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = a + a \cos 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = 2c - b \cos \pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 4 \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = a \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 5 \cos \frac{1}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

4.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 2 \cos 2t \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = b \sin 4\pi x; \quad u_t(x, 0) = c \sin 3\pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{1}{2a} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < a;$$

$$u(x, 0) = 3 \sin \frac{3}{2a} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2c \sin \frac{5}{2a} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(a, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 3b + ae^{ct} \cos 3\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 1 + a \cos 4\pi x; \quad u_t(x, 0) = b - 2 \cos \pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 2 \cos \frac{1}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 2a \cos \frac{5}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 3b \cos \frac{3}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

5.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 3 \sin ct \sin 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = c \sin 5\pi x; \quad u_t(x, 0) = 2b \sin 4\pi x;$$

$$u(0, t) = u(2b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + (bt + c) \sin \frac{1}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c \sin \frac{7}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2b \sin \frac{3}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 3b + ae^{ct} \cos 4\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c + b \cos 3\pi x; \quad u_t(x, 0) = a - 2b \cos 3\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 4 \cos \frac{7}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = a \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 3 \cos \frac{1}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

6.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 7 \cos ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c \sin 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3a \sin \pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{1}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c \sin \frac{5}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2b \sin \frac{1}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 3b + ae^{ct} \cos 5\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = 3 + a \cos \pi x; \quad u_t(x, 0) = c - b \cos 2\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(2b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 4 \cos \frac{1}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 2a \cos \frac{3}{2} x; \quad u_t(x, 0) = c \cos \frac{5}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

7.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 3 \sin ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = \sin 5\pi x; \quad u_t(x, 0) = b \sin \pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = a \sin \frac{3}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 3c \sin \frac{5}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 6b + ae^{ct} \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c + 5a \cos 3\pi x; \quad u_t(x, 0) = 2 - b \cos 3\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 3 \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 2a \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x, 0) = b \cos \frac{5}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

8.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 3 \cos ct \sin 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 2c \sin 4\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3 \sin \pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + (bt + c) \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 5 \sin \frac{5}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2c \sin \frac{1}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 6b + ae^{ct} \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < c;$$

$$u(x, 0) = 4 + 3a \cos \pi x; \quad u_t(x, 0) = c - 4 \cos 3\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(c, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 3c \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 3 \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 4b \cos \frac{1}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

9.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 3 \sin ct \sin 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = 9b \sin 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = \sin 5\pi x;$$

$$u(0, t) = u(2b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 8b + ae^{ct} \cos 4\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 1 + a \cos 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = 2c - b \cos 2\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{1}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 4c \sin \frac{1}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2 \sin \frac{5}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = a \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 7 \cos \frac{1}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

10.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 3 \cos ct \sin 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = b \sin \pi x; \quad u_t(x, 0) = 5c \sin 3\pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 2b + ae^{ct} \cos 3\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 1 + 7a \cos 4\pi x; \quad u_t(x, 0) = 4b - 2 \cos \pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{1}{2a} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < a;$$

$$u(x, 0) = 3 \sin \frac{3}{2a} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 5c \sin \frac{5}{2a} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(a, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 4 \cos \frac{1}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 5a \cos \frac{5}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 3b \cos \frac{3}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

11.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 2 \sin ct \sin 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = 3c \sin 5\pi x; \quad u_t(x, 0) = 2 \sin 4\pi x;$$

$$u(0, t) = u(2b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 8b + ae^{ct} \cos 4\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c + 3b \cos 3\pi x; \quad u_t(x, 0) = 2a - 2b \cos 3\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + (bt + c) \sin \frac{1}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 4c \sin \frac{7}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2b \sin \frac{3}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 4 \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 4b \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 3a \cos \frac{1}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$



12.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} + 5 \cos ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 3c \sin 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3a \sin 3\pi x;$   
 $u(0, t) = u(b, t) = 0;$

б)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} + 5b + ae^{ct} \cos 5\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$   
 $u(x, 0) = 3 + 2a \cos \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2c - b \cos 2\pi x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(2b, t) = 0;$

в)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{1}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 2c \sin \frac{5}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2b \sin \frac{3}{2b} \pi x;$   
 $u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

г)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} + 6 \cos \frac{1}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x, 0) = 4a \cos \frac{3}{2} x; \quad u_t(x, 0) = c \cos \frac{5}{2} x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0;$

13.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} - 7 \sin ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = \sin 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3b \sin \pi x;$   
 $u(0, t) = u(b, t) = 0;$

б)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} - 6b + ae^{ct} \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = c + 9a \cos 3\pi x; \quad u_t(x, 0) = 12 - b \cos 2\pi x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

в)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = a \sin \frac{3}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 3c \sin \frac{5}{2b} \pi x;$   
 $u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

г)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} - 8 \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x, 0) = 4 \cos \frac{3}{2} x; \quad u_t(x, 0) = b \cos \frac{5}{2} x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0;$

14.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} - 3 \cos ct \sin 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 4c \sin 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3 \sin 5\pi x;$   
 $u(0, t) = u(b, t) = 0;$

б)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} + 5b + ae^{ct} \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < c;$   
 $u(x, 0) = 3 + a \cos \pi x; \quad u_t(x, 0) = c - 7 \cos 3\pi x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(c, t) = 0;$

в)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} + (bt + c) \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = b \sin \frac{5}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 6c \sin \frac{1}{2b} \pi x;$   
 $u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

г)  
 $u_{tt} = a^2 u_{xx} - 2 \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x, 0) = 3 \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 4b \cos \frac{3}{2} x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0;$

15.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 2 \sin ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = b \sin 4\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3c \sin 3\pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 8b + ae^{ct} \cos 3\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 3 + a \cos 4\pi x; \quad u_t(x, 0) = 2b - 2 \cos \pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{1}{2a} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < a;$$

$$u(x, 0) = 5 \sin \frac{3}{2a} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2c \sin \frac{5}{2a} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(a, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 9 \cos \frac{1}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 2a \cos \frac{5}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 4b \cos \frac{3}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

16.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 2 \cos ct \sin 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = c \sin 5\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3b \sin 4\pi x;$$

$$u(0, t) = u(2b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 5b + ae^{ct} \cos 4\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c + b \cos 3\pi x; \quad u_t(x, 0) = 8a - 2b \cos 3\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{3}{2a} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < a;$$

$$u(x, 0) = 3 \sin \frac{5}{2a} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 4c \sin \frac{3}{2a} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(a, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 4 \cos \frac{7}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 2 \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 3 \cos \frac{1}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

17.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 5 \sin ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 4c \sin 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3 \sin 5\pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 3b + ae^{ct} \cos 5\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = 3 + a \cos 7\pi x; \quad u_t(x, 0) = c - 2b \cos 2\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(2b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - (bt + c) \sin \frac{3}{4b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = c \sin \frac{5}{4b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 2b \sin \frac{1}{4b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(2b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 4 \cos \frac{1}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 6a \cos \frac{3}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 7c \cos \frac{5}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

18.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 6 \cos ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 7 \sin 2\pi x; \quad u_t(x, 0) = 9b \sin \pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + (bt + c) \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 9a \sin \frac{1}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 5c \sin \frac{5}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 6b + ae^{ct} \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c + 7a \cos 3\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3 - 3b \cos 2\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 9 \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 5 \cos \frac{1}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 2b \cos \frac{5}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

19.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 6 \sin ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 7 \sin 3\pi x; \quad u_t(x, 0) = 9b \sin 2\pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + (bt + c) \sin \frac{5}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = \sin \frac{7}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 5c \sin \frac{3}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 6b + ae^{ct} \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c + 7a \cos 3\pi x; \quad u_t(x, 0) = 3c - 3 \cos 4\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 9 \cos \frac{7}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 5a \cos \frac{7}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 2b \cos \frac{3}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

20.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + 5 \cos ct \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 3 \sin 4\pi x; \quad u_t(x, 0) = b \sin \pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

в)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + (bt + c) \sin \frac{5}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 7 \sin \frac{9}{2b} \pi x; \quad u_t(x, 0) = 3b \sin \frac{5}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 6b + ae^{ct} \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = c + 7 \cos 3\pi x; \quad u_t(x, 0) = 6 - 2 \cos 4\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - 2 \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 5 \cos \frac{7}{2} x; \quad u_t(x, 0) = 2c \cos \frac{5}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$$

№6 Розв'язати методом відокремлення змінних

1.

$$u_{tt} = 5u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$$
$$u(x,0) = x(x-2); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(2,t) = 0;$$

2.

$$u_{tt} = 6u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 3;$$
$$u(x,0) = x(x-3); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(3,t) = 0;$$

3.

$$u_{tt} = 7u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 4;$$
$$u(x,0) = x(x-4); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(4,t) = 0;$$

4.

$$u_{tt} = 8u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 5;$$
$$u(x,0) = x(x-5); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(5,t) = 0;$$

5.

$$u_{tt} = 9u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 6;$$
$$u(x,0) = x(x-6); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(6,t) = 0;$$

6.

$$u_{tt} = 10u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 7;$$
$$u(x,0) = x(x-7); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(7,t) = 0;$$

7.

$$u_{tt} = 11u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$$
$$u(x,0) = x(x-2); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(2,t) = 0;$$

8.

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 1;$$
$$u(x,0) = x(x-1); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(1,t) = 0;$$

9.

$$u_{tt} = 12u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 3;$$
$$u(x,0) = x(x-3); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(3,t) = 0;$$

10.

$$u_{tt} = 11u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 4;$$
$$u(x,0) = x(x-4); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(4,t) = 0;$$

11.

$$u_{tt} = 10u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 5;$$
$$u(x,0) = x(x-5); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(5,t) = 0;$$

12.

$$u_{tt} = 9u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 6;$$
$$u(x,0) = x(x-6); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(6,t) = 0;$$

13.

$$u_{tt} = 8u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 7;$$
$$u(x,0) = x(x-7); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(7,t) = 0;$$

14.

$$u_{tt} = 7u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 6;$$
$$u(x,0) = x(x-6); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(6,t) = 0;$$

15.

$$u_{tt} = 6u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 7;$$
$$u(x,0) = x(x-7); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(7,t) = 0;$$

16.

$$u_{tt} = 5u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 8;$$
$$u(x,0) = x(x-8); \quad u_t(x,0) = 0;$$
$$u(0,t) = u(8,t) = 0;$$

**17.**

$$\begin{aligned}u_{tt} &= 4u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 9; \\u(x,0) &= x(x-9); \quad u_t(x,0) = 0; \\u(0,t) &= u(9,t) = 0;\end{aligned}$$

**18.**

$$\begin{aligned}u_{tt} &= 3u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 10; \\u(x,0) &= x(x-10); \quad u_t(x,0) = 0; \\u(0,t) &= u(10,t) = 0;\end{aligned}$$

**19.**

$$\begin{aligned}u_{tt} &= 2u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 11; \\u(x,0) &= x(x-11); \quad u_t(x,0) = 0; \\u(0,t) &= u(11,t) = 0;\end{aligned}$$

**20.**

$$\begin{aligned}u_{tt} &= 5u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 9; \\u(x,0) &= x(x-0); \quad u_t(x,0) = 0; \\u(0,t) &= u(0,t) = 0;\end{aligned}$$