

ККР2 "Лінійна алгебра"

- 1) Дослідити систему лінійних алгебричних рівнянь на сумісність.
- 2) Обчислити ранг матриці, розв'язати матричне рівняння.
- 3) Обчислити визначник четвертого порядку.

Приклади для підготовки до контрольної роботи:

Дослідити систему на сумісність 1)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1 \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 3 \end{cases}$$

Знайти загальний розв'язок системи рівнянь
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -4 \end{cases}$$

Знайти загальний розв'язок системи рівнянь
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_3 - 4x_4 = 2 \\ -4x_1 + 7x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

Обчислити ранг матриці
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 11 & 12 \\ 3 & 4 & -27 & -11 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & -3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 14 & 32 \\ 4 & 5 & 6 & 32 & 77 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матричні рівняння: $AX = B$; $XA = C$; $AXB = D$.

Розв'язати матричне рівняння $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Розв'язати матричне рівняння $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Розв'язати матричне рівняння $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Розв'язати матричне рівняння $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Обчислити визначник $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & -3 \\ 2 & -3 & -2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 4 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

Знайти $2AB + 3B^T - 3AE$, якщо $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 4 & -2 & 0 \\ 5 & -4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 7 \\ 1 & 12 & 0 \end{pmatrix}$.

Знайти $2AB + 3B^T - 3AE$, якщо $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -2 \\ -2 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Знайти $2AB + 3B^T - 3AE$, якщо $A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & -3 \\ -2 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & -7 \\ 11 & -5 & 1 \end{pmatrix}$.

Знайти $2AB$, якщо $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.