

Питання до екзамену з кредитного модуля ”Інтегральне числення та диференціальні рівняння”.

Елементи вищої алгебри

1. Комплексні числа. Зображення комплексних чисел на площині. Алгебраїчна, тригонометрична і показникова форми комплексного числа. Формула Ейлера. Дії над комплексними числами. Полярна система координат.
2. Многочлени. Теорема Безу. Розклад многочлена на множники. Дробово-раціональні функції та їх розклад на суму елементарних дробів.

Інтегральне числення

3. Первісна функції. Невизначений інтеграл і його властивості. Таблиця інтегралів. Безпосереднє інтегрування.
4. Основні методи інтегрування: метод заміни змінної, метод інтегрування за частинами. Інтегрування елементарних дробів I-III типів. Інтегрування дробово-раціональних функцій.
5. Інтегрування тригонометричних виразів. Інтегрування деяких ірраціональних виразів. Тригонометричні підстановки. Інтеграл від диференціального бінома. Теорема Чебишева.
6. Задачі, що призводять до поняття визначеного інтеграла. Означення визначеного інтеграла та його геометричний зміст. Основні властивості визначеного інтеграла. Оцінка визначеного інтеграла. Теорема про середнє.
7. Теорема про похідну від інтеграла зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Метод інтегрування за частинами.
8. Невласні інтеграли I-го та II-го роду. Ознаки порівняння для невластних інтегралів I-го роду.
9. Обчислення площ плоских фігур: а) у прямокутній декартовій системі координат (ПДСК); б) у полярній системі координат (ПСК); в) у випадку, коли крива, що обмежує криволінійну трапецію, задана параметрично.
10. Обчислення об'єму тіла через площі паралельних перерізів та об'ємів тіл обертання.
11. Обчислення довжини дуги кривої: а) у прямокутній декартовій системі координат (ПДСК); б) у полярній системі координат (ПСК); в) у випадку, коли крива задана параметрично.

Звичайні диференціальні рівняння та їх системи

12. Диференціальні рівняння першого порядку, основні означення. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними та однорідні відносно змінних. Поняття про особливі розв'язки диференціальних рівнянь.
13. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та методи їх розв'язування: метод Лагранжа варіації довільної сталої та метод Бернуллі. Теорема про структуру загального розв'язку ЛНДР 1-го порядку. Рівняння Бернуллі.
14. Диференціальні рівняння вищих порядків, основні означення. Задача Коші. Теорема Коші. Диференціальні рівняння другого і вищих порядків, що допускають пониження порядку.
15. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного і лінійного неоднорідного диференціальних рівнянь. Теорема про накладання частинних розв'язків. Визначник Вронського. Фундаментальна система розв'язків для ЛОДР вищих порядків.
16. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами та лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами і правою частиною спеціального вигляду. Метод Лагранжа варіації довільних сталих для ЛНДР 2-го порядку.
17. Нормальні системи диференціальних рівнянь. Стаціонарні або автономні системи диференціальних рівнянь. Частинний і загальний розв'язок системи диференціальних рівнянь. Частинний і загальний інтеграл системи диференціальних рівнянь. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші. Геометричний і механічний (фізичний) зміст розв'язку задачі Коші для системи диференціальних рівнянь 2-го порядку. Метод виключення розв'язання нормальних систем диференціальних рівнянь. Розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.