

## **МКР1 Диференціальні рівняння першого порядку.**

Питання до модульної контрольної роботи:

1. Диференціальні рівняння з відокремлювальними змінними.
2. Диференціальні рівняння в повних диференціалах.
3. Диференціальні рівняння однорідні відносно змінних.
4. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку. Задача Коші.
5. Диференціальні рівняння Бернуллі. Задача Коші.

**ККР1.** Оцінка - 12 балів

Структура кожного варіанта контрольної роботи:

1. Диференціальне рівняння з відокремлювальними змінними – 2 бала.
2. Диференціальне рівняння в повних диференціалах - 3 бала.
3. Диференціальне рівняння однорідне відносно змінних - 3 бала.
4. Лінійне диференціальне рівняння 1-го порядку ( задача Коші) або диференціальне рівняння Бернуллі( задача Коші) - 4 бала.

1. Диференціальні рівняння з відокремлювальними змінними:

$$\boxed{y' = f(x)f(y)} \Rightarrow \frac{dy}{f(y)} = \frac{dx}{f(x)} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \int \frac{dy}{f(y)} = \int \frac{dx}{f(x)} + C - \text{загальний інтеграл ДР}$$

або

$$\boxed{M_1(x)M_2(y)dx + N_1(x)N_2(y)dy = 0} \Rightarrow \frac{M_1(x)}{N_1(x)} dx + \frac{N_2(y)}{M_2(y)} dy = 0$$
$$=$$
$$> \int \frac{M_1(x)}{N_1(x)} dx + \int \frac{N_2(y)}{M_2(y)} dy = C - \text{загальний інтеграл ДР}$$

2. Диференціальні рівняння в повних диференціалах:

$$\boxed{P(x, y)dx + N(x, y)dy = 0}, \text{ якщо } \frac{\partial P(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}, \text{ тоді}$$

$du = P(x, y)dx + N(x, y)dy$  – повний диференціал деякої функції  $u(x, y)$  і

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} = P(x, y), \quad \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = Q(x, y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u(x, y) = C - \text{загальний інтеграл ДР}$$

3. Диференціальні рівняння однорідні відносно змінних:

$$\boxed{y' = f\left(\frac{y}{x}\right)} \Rightarrow \frac{y}{x} = u \Rightarrow y = ux \Rightarrow y' = u'x + u \Rightarrow u'x + u = f(u) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{du}{dx}x = f(u) - u \Rightarrow \frac{du}{f(u) - u} = \frac{dx}{x} \Rightarrow \int \frac{du}{f(u) - u} = \int \frac{dx}{x} + \ln|C| \Rightarrow$$

$$\int \frac{du}{f(u) - u} = \ln|Cx| - \text{загальний інтеграл ДР}$$

4. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку:

$$\boxed{y' + P(x)y = Q(x)}$$

Застосовуємо метод Лагранжа або метод Бернуллі. Задача Коші.

5. Диференціальні рівняння Бернуллі:

$$\boxed{y' + P(x)y = Q(x)y^m} \quad m \neq 0, m \neq 1$$

Застосовуємо метод Бернуллі. Задача Коші.