

Питання до екзамену з кредитного модуля "Інтегрування диференціальних рівнянь"

Звичайні диференціальні рівняння та їх системи.

1. Диференціальні рівняння першого порядку, основні означення. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші. Поняття про особливі точки та особливі розв'язки диференціальних рівнянь.
2. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Загальний інтеграл диференціального рівняння.
3. Диференціальні рівняння однорідні відносно змінних. Загальний інтеграл диференціального рівняння.
4. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та методи їх розв'язування: метод Лагранжа варіації довільної сталої, метод Бернуллі. Загальний інтеграл лінійного неоднорідного диференціального рівняння (ЛНДР). Теорема про структуру загального розв'язку ЛНДР. Рівняння Бернуллі. Загальний інтеграл Рівняння Бернуллі.
5. Рівняння в повних диференціалах. Загальний інтеграл диференціального рівняння.
6. Диференціальні рівняння вищих порядків, основні означення. Задача Коші для диференціального рівняння n -го порядку. Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші. Поняття про особливі точки та особливі розв'язки диференціальних рівнянь n -го порядку. Загальний розв'язок і загальний інтеграл диференціального рівняння n -го порядку.
7. Диференціальні рівняння другого порядку. Задача Коші для диференціального рівняння 2-го порядку. Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші. Геометричний і механічний зміст задачі Коші для диференціального рівняння 2-го порядку. Загальний розв'язок і загальний інтеграл диференціального рівняння 2-го порядку.
8. Диференціальні рівняння другого і вищих порядків, що допускають пониження порядку:
 - a) рівняння вигляду $F(x, y^{(n)}) = 0$;
 - b) рівняння, яке не містить явно шуканої функції і кількох послідовних похідних;
 - c) рівняння, яке не містить явно незалежної змінної.
9. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків, основні означення. Загальна теорія лінійних однорідних рівнянь. Частинні розв'язки і загальний розв'язок ЛОДР. Лінійні неоднорідні рівняння. Задача Коші. Теорема Коші.

10. Визначник Вронського. Лінійно залежні та лінійно незалежні функції. Фундаментальна система розв'язків ЛОДР. Формула Ліувілля. Формула Абеля. Задача про відновлення диференціального рівняння за відомою фундаментальною системою розв'язків.

11. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння n -го порядку.

12. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння n -го порядку.

13. Теорема про накладання частинних розв'язків ЛНДР.

14. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння.

15. Загальний розв'язок ЛОДР 2-го і n -го порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку

- a) простих дійсних коренів характеристичного рівняння;
- b) дійсних коренів кратності n ;
- c) комплексних коренів.

16. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами і правою частиною спеціального вигляду. Частинний розв'язок ЛНДР. Метод невизначених коефіцієнтів.

17. Метод Лагранжа варіації довільних сталих для ЛНДР 2-го порядку, та ЛНДР n -го порядку.

18. Нормальні системи диференціальних рівнянь. Стаціонарні або автономні системи диференціальних рівнянь. Частинний і загальний розв'язок системи диференціальних рівнянь. Частинний і загальний інтеграл системи диференціальних рівнянь. Задача Коші для систем диференціальних рівнянь. Геометричний і механічний (фізичний) зміст розв'язку задачі Коші для системи диференціальних рівнянь 2-го порядку. Теорема Коші про існування і єдиність розв'язку задачі Коші. Особливі розв'язки системи диференціальних рівнянь.

19. Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь. Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь.

20. Метод виключення розв'язання нормальних систем диференціальних рівнянь. Розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.