

Типово-розрахункова робота  
Математична фізика

№1 Розв'язати методом відокремлення змінних

$a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = \begin{cases} \frac{2x^2}{b}, & 0 < x < \frac{b}{2}; \\ b - x, & \frac{b}{2} < x < b; \end{cases}$$

$$u(0,t) = u(b,t) = 0.$$

№2 Розв'язати методом відокремлення змінних

$a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

1.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 9c \cos bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = \sin 2\pi x + b \sin \pi x;$$

$$u(0,t) = u(b,t) = 0;$$

б)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 8ct + bt^2 \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = c + a \cos 3\pi x - b \cos 2\pi x;$$

$$u_x(0,t) = u_x(b,t) = 0;$$

в)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 2 \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = a \sin \frac{3}{2b} \pi x - 2c \sin \frac{5}{2b} \pi x;$$

$$u(0,t) = u_x(b,t) = 0;$$

г)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 2cte^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = a \cos \frac{3}{2} x + b \cos \frac{5}{2} x;$$

$$u_x(0,t) = u(\pi,t) = 0;$$

2.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 2c \sin bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = 2 \sin 2\pi x + b \sin 3\pi x;$$

$$u(0,t) = u(b,t) = 0;$$

б)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 3ct + bt^2 \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = 2c + a \cos \pi x - 3b \cos 2\pi x;$$

$$u_x(0,t) = u_x(b,t) = 0;$$

в)

$$u_t = a^2 u_{xx} + 3 \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x,0) = b \sin \frac{1}{2b} \pi x - 2c \sin \frac{3}{2b} \pi x;$$

$$u(0,t) = u_x(b,t) = 0;$$

г)

$$u_t = a^2 u_{xx} + cte^{bt} \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = b \cos \frac{3}{2} x + a \cos \frac{1}{2} x;$$

$$u_x(0,t) = u(\pi,t) = 0;$$

3.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - c \cos bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < c; \\ u(x, 0) &= 2 \sin \pi x + c \sin 3\pi x; \\ u(0, t) &= u(c, t) = 0; \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 5ct + bt^2 \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= b + a \cos 3\pi x + 3b \cos 4\pi x; \\ u_x(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - \sin \frac{5}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= c \sin \frac{3}{2b} \pi x - 2b \sin \frac{1}{2b} \pi x; \\ u(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + 3cte^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi; \\ u(x, 0) &= 3a \cos \frac{1}{2} x + 5 \cos \frac{5}{2} x; \\ u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \end{aligned}$$

4.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + c \sin bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= a \sin 2\pi x + 4 \sin 3\pi x; \\ u(0, t) &= u(b, t) = 0; \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 3ct + bt^2 \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= c + 3 \cos 5\pi x - 2b \cos 2\pi x; \\ u_x(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 2 \sin \frac{1}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= 2a \sin \frac{1}{2b} \pi x - 3b \sin \frac{5}{2b} \pi x; \\ u(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 2cte^{bt} \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi; \\ u(x, 0) &= 2 \cos \frac{3}{2} x + 3b \cos \frac{1}{2} x; \\ u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \end{aligned}$$

5.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + c \cos bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= \sin 2\pi x + \sin \pi x; \\ u(0, t) &= u(b, t) = 0; \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 2ct + bt^2 \cos 4\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= 2c + a \cos 4\pi x - b \cos 3\pi x; \\ u_x(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 2 \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= a \sin \frac{7}{2b} \pi x - \sin \frac{5}{2b} \pi x; \\ u(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 4cte^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi; \\ u(x, 0) &= \cos \frac{1}{2} x + b \cos \frac{5}{2} x; \\ u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \end{aligned}$$

6.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + c \sin bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= c \sin \pi x + b \sin 3\pi x; \\ u(0, t) &= u(b, t) = 0; \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - ct + bt^2 \cos 5\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= c + 3 \cos 3\pi x - b \cos 4\pi x; \\ u_x(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 3 \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= \sin \frac{7}{2b} \pi x - \sin \frac{5}{2b} \pi x; \\ u(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 2cte^{bt} \cos \frac{7}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi; \\ u(x, 0) &= -\cos \frac{3}{2} x + 3 \cos \frac{1}{2} x; \\ u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \end{aligned}$$

7.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 9c \cos bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b; \\ u(x, 0) &= 4 \sin 2\pi x + b \sin \pi x; \\ u(0, t) &= u(2b, t) = 0; \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 7ct + bt^2 \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= c + 3a \cos 3\pi x - b \cos 2\pi x; \\ u_x(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 3 \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= a \sin \frac{3}{2b} \pi x - 3c \sin \frac{5}{2b} \pi x; \\ u(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 5cte^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi; \\ u(x, 0) &= 6a \cos \frac{3}{2} x + b \cos \frac{5}{2} x; \\ u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \end{aligned}$$

8.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 3c \sin bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= 25 \sin 2\pi x + 4b \sin 3\pi x; \\ u(0, t) &= u(b, t) = 0; \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 9ct + bt^2 \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= 2c + 5a \cos \pi x - 3b \cos 2\pi x; \\ u_x(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + 3b \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= 3 \sin \frac{1}{2b} \pi x - 2c \sin \frac{3}{2b} \pi x; \\ u(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + 6cte^{bt} \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi; \\ u(x, 0) &= 4b \cos \frac{3}{2} x + a \cos \frac{1}{2} x; \\ u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \end{aligned}$$

9.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 2c \cos bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < c;$$

$$u(x, 0) = 2 \sin \pi x + b \sin 3\pi x;$$

$$u(0, t) = u(c, t) = 0;$$

б)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 3ct + 2bt^2 \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = b + a \cos 3\pi x + 3 \cos 4\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

в)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 5 \sin \frac{5}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 2c \sin \frac{3}{2b} \pi x - 2 \sin \frac{1}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_t = a^2 u_{xx} + 5cte^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = a \cos \frac{1}{2} x + 4 \cos \frac{5}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0;$$

10.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_t = a^2 u_{xx} + c \sin bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 3a \sin 2\pi x - 4 \sin 3\pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

б)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 4ct + 3bt^2 \cos 3\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = 2c + 3 \cos 5\pi x - 2b \cos 2\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(2b, t) = 0;$$

в)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 6 \sin \frac{1}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 3a \sin \frac{1}{2b} \pi x - 5b \sin \frac{5}{2b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

г)

$$u_t = a^2 u_{xx} + 9cte^{bt} \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 3 \cos \frac{3}{2} x + 3b \cos \frac{1}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0;$$

11.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$u_t = a^2 u_{xx} + c \cos bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = \sin 5\pi x + 5 \sin \pi x;$$

$$u(0, t) = u(b, t) = 0;$$

б)

$$u_t = a^2 u_{xx} - ct + 7bt^2 \cos 4\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$$

$$u(x, 0) = 2c + 3a \cos 4\pi x - 2b \cos 2\pi x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$$

в)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 5 \sin \frac{3}{4b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$$

$$u(x, 0) = a \sin \frac{7}{4b} \pi x - 9 \sin \frac{5}{4b} \pi x;$$

$$u(0, t) = u_x(2b, t) = 0;$$

г)

$$u_t = a^2 u_{xx} - 6cte^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x, 0) = 7 \cos \frac{1}{2} x + 2b \cos \frac{5}{2} x;$$

$$u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0;$$

**12.**  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

a)  
 $u_t = a^2 u_{xx} + c \sin bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = \sin \pi x + 3 \sin 3\pi x;$   
 $u(0, t) = u(b, t) = 0;$

б)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 3ct + bt^2 \cos 5\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = c + 3 \cos 3\pi x - 9 \cos 4\pi x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

в)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 3 \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 5 \sin \frac{7}{2b} \pi x - 7 \sin \frac{5}{2b} \pi x;$   
 $u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

г)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 7cte^{bt} \cos \frac{7}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x, 0) = -6 \cos \frac{3}{2} x + 3 \cos \frac{1}{2} x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0;$

**13.**  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

a)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 6c \cos bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 9 \sin 2\pi x + b \sin \pi x;$   
 $u(0, t) = u(b, t) = 0;$

б)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - ct + bt^2 \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$   
 $u(x, 0) = c + 3a \cos 3\pi x - 4b \cos 2\pi x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(2b, t) = 0;$

в)  
 $u_t = a^2 u_{xx} + 5 \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 3 \sin \frac{3}{2b} \pi x - 2c \sin \frac{5}{2b} \pi x;$   
 $u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

г)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 6cte^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x, 0) = 5a \cos \frac{3}{2} x + b \cos \frac{5}{2} x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0;$

**14.**  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

a)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - c \sin bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 2 \sin 4\pi x + b \sin 3\pi x;$   
 $u(0, t) = u(b, t) = 0;$

б)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 5ct + bt^2 \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b;$   
 $u(x, 0) = 2c + a \cos \pi x - 3b \cos 3\pi x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(2b, t) = 0;$

в)  
 $u_t = a^2 u_{xx} + 3 \sin \frac{5}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 2b \sin \frac{1}{2b} \pi x - 2c \sin \frac{3}{2b} \pi x;$   
 $u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

г)  
 $u_t = a^2 u_{xx} + cte^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x, 0) = 2b \cos \frac{3}{2} x + a \cos \frac{1}{2} x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0;$

**15.**  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + c \cos bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= a \sin 2\pi x + 4 \sin 3\pi x; \\ u(0, t) &= u(b, t) = 0; \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 3ct + bt^2 \cos 2\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= c + 3 \cos 5\pi x - 2b \cos 2\pi x; \\ u_x(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 2 \sin \frac{1}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= 2a \sin \frac{1}{2b} \pi x - 3b \sin \frac{5}{2b} \pi x; \\ u(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 2cte^{bt} \cos \frac{5}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi; \\ u(x, 0) &= 2 \cos \frac{3}{2} x + 3b \cos \frac{1}{2} x; \\ u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \end{aligned}$$

**16.**  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + 2c \sin bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= 5 \sin 2\pi x - \sin \pi x; \\ u(0, t) &= u(b, t) = 0; \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 2ct + bt^2 \cos 5\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b; \\ u(x, 0) &= 2c + a \cos 4\pi x - b \cos 3\pi x; \\ u_x(0, t) &= u_x(2b, t) = 0; \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 2a \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= 7 \sin \frac{7}{2b} \pi x - 5 \sin \frac{5}{2b} \pi x; \\ u(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 4cte^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi; \\ u(x, 0) &= 9 \cos \frac{1}{2} x + 4b \cos \frac{5}{2} x; \\ u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \end{aligned}$$

**17.**  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + c \cos bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= c \sin \pi x + 4b \sin 3\pi x; \\ u(0, t) &= u(b, t) = 0; \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + 6ct + bt^2 \cos 5\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b; \\ u(x, 0) &= c + 7 \cos 3\pi x - 9 \cos 4\pi x; \\ u_x(0, t) &= u_x(b, t) = 0; \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} - 5 \sin \frac{3}{4b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2b; \\ u(x, 0) &= 3 \sin \frac{7}{4b} \pi x - \sin \frac{5}{4b} \pi x; \\ u(0, t) &= u_x(2b, t) = 0; \end{aligned}$$

г)

$$\begin{aligned} u_t &= a^2 u_{xx} + cte^{bt} \cos \frac{7}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi; \\ u(x, 0) &= -\cos \frac{3}{2} x + 6b \cos \frac{1}{2} x; \\ u_x(0, t) &= u(\pi, t) = 0; \end{aligned}$$

18.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - c \sin bt \sin \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 2 \sin 2\pi x + 3 \sin \pi x;$   
 $u(0, t) = u(b, t) = 0;$

б)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - ct + bt^2 \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = c + 4a \cos 3\pi x - 2 \cos 2\pi x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

в)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 6 \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 5a \sin \frac{3}{2b} \pi x + 9c \sin \frac{5}{2b} \pi x;$   
 $u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

г)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 3ct e^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x, 0) = 7a \cos \frac{7}{2} x + b \cos \frac{5}{2} x;$   
 $u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$

19.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 9c \cos bt \sin 3\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = a \sin 3\pi x + 4 \sin \pi x;$   
 $u(0, t) = u(b, t) = 0;$

б)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 5ct + bt^2 \cos 4\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = c + 4c \cos 3\pi x - 4 \cos 5\pi x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

в)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 6t \sin \frac{3}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = \sin \frac{1}{2b} \pi x + 9c \sin \frac{5}{2b} \pi x;$   
 $u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

г)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 3ct e^{bt} \cos \frac{3}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x, 0) = 9 \cos \frac{5}{2} x + b \cos \frac{9}{2} x;$   
 $u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$

20.  $a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

а)  
 $u_t = a^2 u_{xx} + c \sin bt \sin 3\pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 7 \sin 2\pi x + 6 \sin \pi x;$   
 $u(0, t) = u(b, t) = 0;$

б)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 8ct + bt^2 \cos \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 6c + 7a \cos 3\pi x - 6 \cos 2\pi x;$   
 $u_x(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

в)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 7 \sin \frac{7}{2b} \pi x, \quad t > 0, \quad 0 < x < b;$   
 $u(x, 0) = 4a \sin \frac{3}{2b} \pi x + 5 \sin \frac{5}{2b} \pi x;$   
 $u(0, t) = u_x(b, t) = 0;$

г)  
 $u_t = a^2 u_{xx} - 5ct e^{bt} \cos \frac{7}{2} x, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x, 0) = 7a \cos \frac{7}{2} x + 3 \cos \frac{5}{2} x;$   
 $u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0;$

### Задача 3 Розв'язати методом відокремлення змінних

1.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 1;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x + 7 - 5x;$$

$$u(0, t) = 7; \quad u(1, t) = 2;$$

2.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x + 4 - 5x;$$

$$u(0, t) = 4; \quad u(2, t) = -6;$$

3.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x - 8 + 5x;$$

$$u(0, t) = -8; \quad u(2, t) = 2;$$

4.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 3;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x + 2 - 3x;$$

$$u(0, t) = 2; \quad u(3, t) = -7;$$

5.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x - 1 + 3x;$$

$$u(0, t) = -1; \quad u(2, t) = 5;$$

6.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 3;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x - 7 + 3x;$$

$$u(0, t) = -7; \quad u(3, t) = 2;$$

7.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 4;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x + 8 - 3x;$$

$$u(0, t) = 8; \quad u(4, t) = -4;$$

8.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x - 9 + 5x;$$

$$u(0, t) = -9; \quad u(2, t) = 1;$$

9.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 3;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x + 9 - 4x;$$

$$u(0, t) = 9; \quad u(3, t) = -3;$$

10.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 1;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x - 4 + 3x;$$

$$u(0, t) = -4; \quad u(1, t) = -1;$$

11.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x + 5 - 4x;$$

$$u(0, t) = 5; \quad u(2, t) = -3;$$

12.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 3;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x - 5 + 2x;$$

$$u(0, t) = -5; \quad u(3, t) = 1;$$

13.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 4;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x + 6 - 4x;$$

$$u(0, t) = 6; \quad u(4, t) = -2;$$

14.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 1;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x - 3 + 4x;$$

$$u(0, t) = -3; \quad u(1, t) = 1;$$

15.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 3;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x - 6 + 4x;$$

$$u(0, t) = -6; \quad u(3, t) = 6;$$

16.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 1;$$

$$u(x, 0) = c \sin b\pi x + 7 - 5x;$$

$$u(0, t) = 7; \quad u(1, t) = 2;$$



17.  $u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$   
 $u(x,0) = c \sin b\pi x + 4 - 5x;$   
 $u(0,t) = 4; \quad u(2,t) = -6;$
18.  $u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$   
 $u(x,0) = c \sin b\pi x - 8 + 5x;$   
 $u(0,t) = -8; \quad u(2,t) = 0;$
19.  $u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 3;$   
 $u(x,0) = c \sin b\pi x + 2 - 3x;$   
 $u(0,t) = 2; \quad u(3,t) = -7;$
20.  $u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < 2;$   
 $u(x,0) = c \sin b\pi x - 1 + 3x;$   
 $u(0,t) = -1; \quad u(2,t) = 5;$

#### Задача 4 Розв'язати методом відокремлення змінних

1.  $u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c - b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x,0) = \pi + 3x;$   
 $u(0,t) = \pi; \quad u(\pi,t) = 4\pi;$
2.  $u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c - b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x,0) = -\pi + 3x;$   
 $u(0,t) = -\pi; \quad u(\pi,t) = \pi;$
3.  $u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c - b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x,0) = 2\pi - x;$   
 $u(0,t) = 2\pi; \quad u(\pi,t) = \pi;$
4.  $u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c - b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x,0) = -2\pi + x;$   
 $u(0,t) = -2\pi; \quad u(\pi,t) = -\pi;$
5.  $u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c - b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$   
 $u(x,0) = 3\pi - 2x;$   
 $u(0,t) = 3\pi; \quad u(\pi,t) = \pi;$

6.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = 5\pi - 6x;$$

$$u(0,t) = 5\pi; \quad u(\pi,t) = -\pi;$$

7.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = 4\pi - 5x;$$

$$u(0,t) = 4\pi; \quad u(\pi,t) = -\pi;$$

8.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = 3\pi - 4x;$$

$$u(0,t) = 3\pi; \quad u(\pi,t) = -\pi;$$

9.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = \pi - 2x;$$

$$u(0,t) = \pi; \quad u(\pi,t) = -\pi;$$

10.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \sin ct \sin bx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = 2\pi - 3x;$$

$$u(0,t) = 2\pi; \quad u(\pi,t) = -\pi;$$

11.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = -5\pi + 4x;$$

$$u(0,t) = -5\pi; \quad u(\pi,t) = -\pi;$$

12.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = 5\pi - 4x;$$

$$u(0,t) = 5\pi; \quad u(\pi,t) = \pi;$$

13.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = -3\pi + 3x;$$

$$u(0,t) = -3\pi; \quad u(\pi,t) = 0;$$

14.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = 4\pi - 3x;$$

$$u(0,t) = 4\pi; \quad u(\pi,t) = \pi;$$

15.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = -4\pi + 2x;$$

$$u(0,t) = -4\pi; \quad u(\pi,t) = -2\pi;$$

16.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = 3\pi - 2x;$$

$$u(0,t) = 3\pi; \quad u(\pi,t) = \pi;$$

17.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = -2\pi + x;$$

$$u(0,t) = -2\pi; \quad u(\pi,t) = -\pi;$$

18.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = 2\pi - x;$$

$$u(0,t) = 2\pi; \quad u(\pi,t) = \pi;$$

19.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = -\pi + 3x;$$

$$u(0,t) = -\pi; \quad u(\pi,t) = \pi;$$

20.

$$u_t = \frac{1}{a^2} u_{xx} + (c-b) \cos bt \sin cx, \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi;$$

$$u(x,0) = \pi + 3x;$$

$$u(0,t) = \pi; \quad u(\pi,t) = 4\pi;$$

№5 Розв'язати методом відокремлення змінних

$a$  – номер варіанта,  $b$  – кількість літер у прізвищі,  $c$  – кількість літер у імені.

$$u_{tt} = a^2 \Delta u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < b, \quad 0 < y < c;$$

$$u(x, y, 0) = xy(b-x)(c-y);$$

$$u_t(x, y, 0) = 0;$$

$$u(0, y, t) = u(b, y, t) = 0;$$

$$u(x, 0, t) = u(x, c, t) = 0;$$

№6. Розв'язати задачу Коші для однорідного рівняння теплопровідності на прямій:

$$(t \geq 0, \quad -\infty < x < +\infty):$$

1.  $u_t = 2u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{2x^2-4x}.$

8.  $u_t = 4u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{6x^2-2x}.$

2.  $u_t = 3u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{-3x^2-x}.$

9.  $u_t = 5u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{-5x^2+x}.$

3.  $u_t = 4u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{5x^2-2x}.$

10.  $u_t = 6u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{5x^2-7x}.$

4.  $u_t = 5u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{3x^2+2x}.$

11.  $u_t = 2u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{9x^2-x}.$

5.  $u_t = 6u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{-3x^2+x}.$

12.  $u_t = 3u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{8x^2-3x}.$

6.  $u_t = 2u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{2x^2-5x}.$

13.  $u_t = 4u_{xx},$   
 $u(x,0) = e^{-3x^2-7x}.$

7.  $u_t = 3u_{xx},$

$$14. \quad u_t = 5u_{xx}, \\ u(x,0) = e^{-7x^2+3x}.$$

$$u(x,0) = e^{-2x^2-3x}.$$

$$15. \quad u_t = 6u_{xx}, \\ u(x,0) = e^{-5x^2-9x}.$$

$$18. \quad u_t = 4u_{xx}, \\ u(x,0) = e^{7x^2-4x}.$$

$$16. \quad u_t = 2u_{xx}, \\ u(x,0) = e^{-8x^2+x}.$$

$$19. \quad u_t = 5u_{xx}, \\ u(x,0) = e^{-6x^2+5x}.$$

$$17. \quad u_t = 3u_{xx},$$

$$20. \quad u_t = 6u_{xx}, \\ u(x,0) = e^{-8x^2-7x}.$$

№ 7 Розв'язати задачу Коші для неоднорідного рівняння теплопровідності на прямій ( $t \geq 0$ ,  $-\infty < x < +\infty$ ):

$$1. \quad u_t = 4u_{xx} + 3xt^2 - 2t, \\ u(x,0) = -7x^2 + 3x.$$

$$10. \quad u_t = 9u_{xx} + 9xt^2 - 4t, \\ u(x,0) = 5x^2 + 9x.$$

$$2. \quad u_t = 9u_{xx} + 4xt^2 - 5t, \\ u(x,0) = -5x^2 - 9x.$$

$$11. \quad u_t = 16u_{xx} + 2xt^2 + 8t, \\ u(x,0) = 5x^2 - 6x.$$

$$3. \quad u_t = 16u_{xx} + 3xt^2 + 2t, \\ u(x,0) = -8x^2 + x.$$

$$12. \quad u_t = 25u_{xx} - 7xt^2 - 3t, \\ u(x,0) = 9x^2 + x.$$

$$4. \quad u_t = 25u_{xx} + 2xt^2 - 7t, \\ u(x,0) = -2x^2 - 3x.$$

$$13. \quad u_t = 4u_{xx} - 6xt^2 + 5t, \\ u(x,0) = 8x^2 + 5x.$$

$$5. \quad u_t = 4u_{xx} + 3xt^2 + 5t, \\ u(x,0) = 7x^2 - 4x.$$

$$14. \quad u_t = 9u_{xx} - 2xt^2 + 9t, \\ u(x,0) = 2x^2 - 4x.$$

$$6. \quad u_t = 9u_{xx} + 6xt^2 + 3t, \\ u(x,0) = -6x^2 + 5x.$$

$$15. \quad u_t = 16u_{xx} + 5xt^2 - 9t, \\ u(x,0) = -3x^2 - x.$$

$$7. \quad u_t = 16u_{xx} + 4xt^2 + 9t, \\ u(x,0) = -8x^2 - 7x.$$

$$16. \quad u_t = 25u_{xx} + 2xt^2 - 3t, \\ u(x,0) = 5x^2 - 2x.$$

$$8. \quad u_t = 25u_{xx} - 8xt^2 - 3t, \\ u(x,0) = -9x^2 + 2x.$$

$$17. \quad u_t = 4u_{xx} - 7xt^2 + 6t, \\ u(x,0) = 3x^2 + 2x.$$

$$9. \quad u_t = 4u_{xx} - 5xt^2 + 7t, \\ u(x,0) = 4x^2 + 9x.$$

$$18. \quad u_t = 4u_{xx} - 5xt^2 + 3t, \\ u(x,0) = -3x^2 + x.$$

19.  $u_t = 9u_{xx} + 3xt^2 - 6t,$   
 $u(x,0) = 2x^2 - 5x.$

20.  $u_t = 16u_{xx} + 9xt^2 - 8t,$   
 $u(x,0) = -x^2 + 5x.$